

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ БУРЕНИЯ СКВАЖИН

Тошов Ж.Б., Тошнӣзов Л.Г., Эркинов Д.И.

*Ташкентский государственный технический университет,
Ташкент, Узбекистан*

Doi: 10.5281/zenodo.15744364

АННОТАЦИЯПолучено:
2025-04-02Пересмотрено:
2025-04-07Пересмотрено:
2025-04-22Опубликовано:
2025-06-30

Настоящая статья посвящена комплексному обзору математических моделей, применяемых для описания процессов бурения скважин в условиях переменной прочности горных пород, характерных для сложных и неоднородных геологических разрезов. В условиях резких изменений литологии, сопровождающихся флуктуациями прочностных и деформационных характеристик горных пород, традиционные подходы к прогнозированию механической скорости проходки и выбору бурового режима становятся недостаточно эффективными. В связи с этим особую актуальность приобретают модели, учитывающие динамическое поведение бурового инструмента и взаимодействие с неоднородной средой. Рассматриваются четыре основных класса моделей — физико-механические, энергетические, кинематические и эмпирические. Каждая группа систематизирована по типу исходных параметров, степени точности, адаптивности к изменяющимся условиям и реализуемости в инженерной практике. Особое внимание уделено современным интеллектуальным подходам, таким как нейросетевые структуры, нечеткие логические системы и гибридные алгоритмы, способные к самообучению и работе в режиме реального времени. Сделан вывод о необходимости построения мультикомпонентных моделей, совмещающих физические принципы и методы машинного обучения, что позволяет повысить надёжность инженерных прогнозов, минимизировать риски и обеспечить устойчивость бурения в условиях высокой литологической изменчивости.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

бурение скважин, переменная прочность пород, математическое моделирование, скорость проходки, механическая удельная энергия, критерий прочности, интеллектуальные модели, оптимизация бурения.

Введение

В последние годы бурение скважин всё чаще осуществляется в зонах с резко меняющимися геологическими условиями, где прочностные свойства пород непредсказуемо варьируются даже на небольших интервалах. Это не просто усложняет инженерные расчёты — это ставит под сомнение применимость привычных моделей, на которых десятилетиями строились проектные решения. Когда границы между мягкими и твёрдыми породами становятся размытыми, а скорость проходки нестабильной, необходимо переосмысление самого подхода к моделированию бурового процесса.

Это исследование возникло из практической потребности — бурение в переменных прочных породах требует не просто усреднённых решений, а гибких моделей, способных учитывать геомеханическую неоднородность в режиме реального времени. Мы не стремимся изобрести новую универсальную формулу, но хотим понять: какие из существующих моделей действительно работают в таких условиях, а какие — устарели или слишком упрощены.

Научная ценность работы заключается не только в систематизации моделей, но и в том, чтобы показать: эффективное моделирование сегодня — это не выбор между физикой и статистикой, а их разумное сочетание. Именно в этом направлении мы видим развитие интеллектуальных буровых систем.

Методология

Модели процесса бурения отличаются по тому, какие аспекты взаимодействия долота и породы они описывают, и по методам получения зависимостей. В соответствии с принятой классификацией, выделяются четыре основных класса моделей:

Механико-математические модели — основаны на законах механики сплошной среды, прочностных критериях и других физических принципах разрушения горных пород.

Энергетические модели — описывают бурение с точки зрения энергетических затрат на разрушение породы, используя интегральные энергетические показатели.

Кинематические модели – учитывают геометрические и скоростные параметры процесса бурения без явного учёта сил сопротивления породы.

Эмпирические модели – строятся на статистической обработке данных бурения и устанавливают регрессионные зависимости между параметрами режима и скоростью проходки.

Ниже подробно рассмотрены эти классы моделей, включая ключевые уравнения и примеры известных моделей.

1. Механико-математические модели основываются на физических законах разрушения породы под воздействием осевой нагрузки и вращающего момента на долото. Такие модели позволяют точно рассчитывать

скорость бурения при наличии информации о прочностных и деформационных свойствах пород (предел прочности при сжатии, сцепление, угол внутреннего трения и др.). Их основное преимущество – высокая точность прогнозирования, особенно при бурении в неоднородных и сложных геологических условиях. Адаптивность также высокая: при изменении прочности породы в модели достаточно заменить входные параметры, не меняя структуру расчётов [1]. Однако применение таких моделей в полевых условиях затруднено из-за сложности и необходимости точных геомеханических данных, которые не всегда доступны при оперативном бурении.

Таблица 1.

Сравнительная характеристика классов математических моделей бурения

Класс модели	Типичные уравнения	Основные параметры	Примеры авторов/моделей
Механико-математическая	$\tau = C + \sigma \cdot \tan \phi$	Осевое усилие, крутящий момент, прочность, сцепление, угол трения	В. К. Маурер, С. Калантари, Ц. Го
Энергетическая	$MSE = \frac{W}{A} + \frac{2\pi nT}{a \cdot v}$	Осевое усилие, крутящий момент, частота вращения, площадь забоя	Р. Теэл, К. Карапатосо
Кинематическая	$v = \Delta h \cdot n$	Подача, геометрия резцов, частота вращения	М.А. Горшенин, Б.Р. Стеклянов
Эмпирическая	$\ln(v) = f(F_1, \dots, F_2)$	Глубина, давление, износ, скорость, буримость	А. Т. Бургуйн, Ф. С. Янг, Г. Грэм, Х. Вудс

2. Энергетические модели рассматривают бурение как процесс расхода энергии на разрушение единицы объёма породы. Ключевой расчётный показатель здесь – удельная механическая энергия (УМЭ), которая характеризует энергоёмкость процесса бурения. Чем ниже УМЭ при заданных условиях, тем эффективнее разрушение породы. Эти модели широко используются для оперативного мониторинга бурения, позволяют быстро выявлять падение эффективности (например, при затуплении долота или неэффективной промывке забоя). Однако точность прогноза скорости бурения по энергетическим моделям ниже, чем у механических, так как они не учитывают напрямую прочность породы, а отражают лишь последствия её изменения в виде роста или снижения энергопотребления [2].

3. Кинематические модели описывают движение долота относительно забоя и связывают скорость проходки со скоростью вращения и геометрией инструмента. Например, при заданной подаче на оборот и частоте вращения можно получить ориентировочную скорость бурения. Эти модели просты, не требуют данных о свойствах породы и основное применение таких моделей – проектирование

долот и оптимизация конструкции (расположение резцов, форма зубьев и т.д.), а не прогноз реального режима бурения.

Как подчёркивает Б.Л. Стеклянов, даже в хорошо отлаженной конструкции трёхшарошечного долота равномерность динамики невозможна из-за различий в передаточных отношениях, количестве зубьев и объёме разрушения между шарошками [9]. Это порождает неустойчивость во взаимодействии инструмента с породой и снижает эффективность бурения. Классическая кинематика оказывается слишком упрощённой для таких условий, так как не учитывает асимметрию импульсов разрушения и сложные траектории движения зубцов. Поэтому она нуждается в уточнении с учётом динамических факторов.

Однако, с развитием информационных технологии и улучшением возможностей программных обеспечений, сегодня стало возможным анализ динамики сил разрушения породы [3]. При компьютерном моделировании взаимодействия зубков и породы, исследуемое упругое тело сложной формы представляется в виде конечных чисел элементов простых форм для более детального анализа каждой части

объекта и позволяет оценить напряженно-деформированное состояние породы, зависящее от воздействия конструктивных элементов, условий работы породоразрушающего инструмента, анализа динамики сил разрушения и других условий. Данные выводы стали доступны за счет разработки аналитического метода решения уравнения напряженно-деформированного состояния среды в зависимости от деформации, скорости деформации и температуры горной породы на основе математической модели, которая позволяет оценить динамику процесса взаимодействия элементов бурового долота с горной породой.

4. Эмпирические модели строятся на основе обобщения большого массива данных о бурении и представляют собой статистические зависимости между скоростью бурения и различными параметрами: нагрузкой на долото, частотой вращения, гидравлическими характеристиками промывки, износом инструмента и др. Наиболее известной является модель Бургуйна–Янга, включающая до восьми переменных. Преимущество этого подхода – простота применения и возможность быстрой адаптации под конкретные условия месторождения путём перекалибровки коэффициентов. Однако за пределами исходных условий точность резко снижается [4]. Новым этапом в развитии эмпирических моделей стало применение интеллектуальных систем (например, нейросетей), которые автоматически обучаются на новых данных и повышают устойчивость модели к изменению условий бурения.

Результаты

Сравнительный анализ показал следующее:

по точности прогноза наилучшие результаты дают механико-математические модели, далее следуют эмпирические (при условии достаточной базы данных), затем энергетические и кинематические.

по адаптивности к изменению прочности пород лидируют физические модели и гибридные интеллектуальные системы, способные подстраиваться под новые геолого-технические параметры. Эмпирические модели требуют перенастройки, а кинематические вовсе не адаптируются.

по практической применимости энергетические и эмпирические модели широко используются на буровой благодаря простоте и оперативности, в то время как механические

требуют высокой квалификации и исходных данных, а кинематические применимы узко – в задачах проектирования долот [5].

Проведённое сравнительное исследование четырёх основных классов математических моделей бурения скважин – механико-математических, энергетических, кинематических и эмпирических – позволило определить их сильные и слабые стороны с точки зрения прогноза механической скорости проходки, адаптивности к изменяющимся условиям прочности горных пород и практической применимости в инженерной деятельности.

Обсуждение

Анализ различных подходов к математическому моделированию бурения скважин в условиях переменной прочности пород выявил ряд существенных вызовов, с которыми сталкиваются как исследователи, так и практики при разработке и внедрении моделей. Наиболее критичными являются вопросы универсальности моделей, чувствительности к геомеханическим характеристикам, а также их применимости в реальном времени в условиях буровой установки.

Во-первых, ни одна из рассмотренных моделей не способна в полной мере обеспечить точный, адаптивный и одновременно оперативно применимый прогноз механической скорости проходки во всём диапазоне литологических разрезов. Физически обоснованные модели (например, на базе критерия Мора–Кулона) требуют точных данных о прочности, сцеплении и трении, которые не всегда доступны без дополнительной лабораторной подготовки или телеметрических измерений высокого класса [6]. Это ограничивает их повседневное применение, особенно при бурении на ранних этапах, когда данные о разрезе носят вероятностный характер.

Во-вторых, высокая литологическая неоднородность продуктивных пластов, особенно в районах с переменными структурно-тектоническими условиями, создаёт ситуацию, когда параметры породы изменяются не только по глубине, но и по площади. Такие изменения носят зачастую стохастический характер и плохо укладываются в классические модели, основанные на статичных уравнениях и постоянных коэффициентах. Это особенно важно при бурении на глубины, где происходит резкий переход от глинистых слоёв к карбонатным или вулканогенным породам, что

требует не просто пересчёта режима, а полной смены модели.

В этой связи становится очевидным, что традиционные модели требуют гибридизации - сочетания детерминированных уравнений с вероятностными методами оценки и обучаемыми компонентами. Современные интеллектуальные системы, такие как нейросетевые и нечеткие логические модели (например, ANFIS - адаптивные нейро-нечеткие выводы), демонстрируют потенциальную способность к реальному обучению по входящим телеметрическим данным [7]. Эти модели способны распознавать паттерны поведения бурового инструмента и корректировать прогноз в процессе бурения, что делает их особенно перспективными в условиях резко переменной крепости пород.

Тем не менее, использование интеллектуальных моделей сопровождается рядом новых методологических рисков: например, утрата интерпретируемости (прозрачности) расчётов, зависимость от объема обучающей выборки, сложности валидации модели без эталонных данных. Кроме того, в условиях реального производства нередко наблюдается несогласованность между параметрами, поступающими от различных датчиков, что может снижать точность прогноза [8]. Для повышения надёжности интеллектуальных моделей при бурении рекомендуется использовать программы, позволяющие не только обучать модель, но и проверять, как она принимает решения. В этом плане хорошо зарекомендовали себя MATLAB с модулями ANFIS и Explainable AI, а также Python-платформы с библиотеками TensorFlow и Scikit-learn. Для визуального анализа и подбора моделей подойдут среды вроде WEKA и RapidMiner. Эти инструменты позволяют отслеживать важность параметров, выявлять ошибки, возникающие из-за несогласованности данных, и выбирать наилучшую архитектуру модели. Кроме того, чтобы избежать переобучения и повысить достоверность прогнозов, важно использовать кросс-проверку (например, разбиение на обучающую и тестовую выборки) и, при необходимости, генерировать дополнительные синтетические данные.

Сегодня гибридные модели, которые сочетают физику, статистику и методы машинного обучения, постепенно входят в практику бурения. Например, группа российских исследователей — Е. Г. Гурина, Н. Ю. Ключников и др. — разработала систему, способную в реальном времени анализировать

телеметрию и предсказывать аварийные ситуации при наклонно-направленном бурении. Основу модели составляют физические закономерности разрушения породы и геомеханики скважины, а нейросетевая часть обучается на исторических данных с буровых. Согласно их исследованиям, такая модель способна заблаговременно идентифицировать до 70 % потенциальных сбоев, при этом не требуя постоянной ручной настройки или пересчёта параметров [10].

В другом направлении — при работе с буровыми растворами — исследователи создали гибридную модель для прогноза таких параметров, как вязкость, фильтрация и сдвиговое напряжение. Эта модель [12] показала высокую точность: до 96 % совпадения с лабораторными измерениями, а ошибка прогноза не превысила 4 %. Это ещё раз доказывает, что даже в сложных, плохо формализуемых задачах буровой практики подходы, объединяющие физику и данные, могут быть эффективно применены.

На международном уровне интерес к такому подходу только растёт. В обзоре Ж. Уилларда подчёркивается роль так называемого physics-informed machine learning — то есть машинного обучения, учитывающего физику процессов [13]. В таких моделях структура уравнений задаётся физическими законами (например, законами сохранения энергии, сопротивления материалов), а параметры подбираются и уточняются с помощью данных. Это не просто повышает интерпретируемость моделей, но и уменьшает зависимость от огромных обучающих выборок, что особенно важно в нефтегазовой сфере, где реальные данные часто ограничены, фрагментированы или защищены коммерческой тайной.

Особенность гибридных моделей заключается в их способности преодолеть разрыв между строгой инженерной логикой и реальной неопределённостью производства. Вместо того чтобы выбирать между «либо физика, либо данные», они предлагают третий путь — взаимное дополнение. Это особенно важно в бурении, где параметры процесса изменяются быстро, а доступ к полной информации возможен не всегда.

Заключение

Проведённый обзор показал, что математические модели бурения скважин существенно различаются по точности, адаптивности и применимости. Физические модели на основе прочностных характеристик

горных пород дают наиболее точные прогнозы, но требуют геомеханических данных и сложны в использовании. Энергетические модели (на основе удельной механической энергии) удобны для оперативного контроля, но ограничены в прогнозировании. Кинематические модели подходят для расчётов конструкции долота, но не полностью освоены на практике. Эмпирические модели легко настраиваются по данным, но плохо работают при смене условий.

Рекомендуется, во-первых, использовать гибридный подход не только для прогноза скорости механического прохода, но и для контроля аварийности, оценки эффективности долота, оптимизации режима циркуляции. Во-вторых, начать с простых моделей — например, объединение линейной регрессии с физической зависимостью, а затем уже подключать

нейросети или нечёткую логику. И, в-третьих, важно не слепо доверять выходным данным модели, а регулярно её переобучать, интерпретировать поведение и учитывать инженерную интуицию.

Таким образом, гибридные модели не просто улучшают точность прогнозов — они меняют сам подход к инженерному мышлению. Вместо предсказаний «на бумаге» или «по привычке» — модель, которая учится и понимает. Это направление заслуживает пристального внимания и, скорее всего, в ближайшие годы станет технологическим стандартом и в странах с развитой нефтегазовой отраслью, и в регионе Центральной Азии.

Для сложных и переменного прочных разрезов использовать одну модель недостаточно - необходим комплексный подход.

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF WELL DRILLING

Toshov J.B., Toshniyozov L.G., Erkinov D.I.

*Tashkent State Technical University,
Tashkent, Uzbekistan*

ABSTRACT

Received:
2025-04-02

Revised:
2025-04-07

Accepted:
2025-04-22

Published:
2025-06-30

This article presents a comprehensive review of mathematical models used to describe well drilling processes under conditions of variable rock strength, which are characteristic of complex and heterogeneous geological formations. In environments where lithological transitions are accompanied by abrupt fluctuations in the strength and deformation properties of rocks, traditional approaches to predicting the rate of penetration and selecting optimal drilling parameters become insufficiently effective. Therefore, models that account for the dynamic behavior of the drill bit and its interaction with heterogeneous media gain particular relevance. The study considers four main classes of models: physical-mechanical, energy-based, kinematic, and empirical. Each group is systematized based on input parameters, predictive accuracy, adaptability to changing geological conditions, and practical applicability in engineering tasks. Special attention is given to modern intelligent approaches, such as neural networks, fuzzy logic systems, and hybrid algorithms capable of self-learning and real-time operation. The article concludes that building multi-component models combining physical principles with machine learning methods is essential. Such integration significantly improves the reliability of engineering forecasts, minimizes operational risks, and ensures the stability and efficiency of drilling operations in lithologically variable and geomechanically uncertain environments.

KEY WORD

well drilling, rock strength variability, mathematical modeling, drilling speed, specific mechanical energy, strength criteria, intelligent systems, drilling optimization.

Список литературы

1. Maurer, W. C. (1962). The "Perfect-Cleaning" Theory of Rotary Drilling. *Journal of Petroleum Technology*, 14(11), 1270–1274.

2. Teale, R. (1965). The Concept of Specific Energy in Rock Drilling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2(1), 57–73.
3. Toshniyozov L.G., Toshov J.B., Liu Songyong, Research of the stress-strain state of the rock in contact with the elements of the drill bit during drilling // *Technical science and innovation Article* 17, Vol. 2020, Issue 3, (2020). - 112-121
4. Bourgoyne, A. T., & Young, F. S. (1974). A Multiple Regression Approach to Optimal Drilling and Bit Performance (SPE Paper No. 4926). Society of Petroleum Engineers.
5. Kalantari, S., Hashemalhosseini, H., & Baghbanan, A. (2018). Estimating rock strength parameters using drilling data. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 104, 45–52. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.02.005>
6. Ayoub, M., Goh, S., Diab, D., & Ahmed, Q. (2017). Modeling of Drilling Rate of Penetration Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System. *International Journal of Applied Engineering Research*, 12(22), 12880–12891.
7. Hegde, C., & Gray, K. E. (2017). Use of Machine Learning and Data Analytics to Increase Drilling Efficiency for Nearby Wells. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 40, 327–335. <https://doi.org/10.1016/j.jngse.2017.02.010>
8. Al Hamlawi, I. T., et al. (2021). MSE Based Drilling Optimizer Project for Large National Drilling Contractor. In *Proceedings of the SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Abu Dhabi. Paper D032S234R001.
9. Стеглянов Б.Л., Штейнерт В.А., Рахимов Р.М. Динамические составляющие породоразрушающих бурильных инструментов / «Steinert Industries GmbH & Co. KG», №6, - 2008, С. 19-21.
10. Тошов Ж. Б. Повышение эффективности бурения взрывных скважин на карьерах за счёт разработки нового комбинированного долота: дис. ... канд. техн. наук: 05.15.11 – Физические процессы горного производства / Навоийский гос. горный ин-т. – Навоий, 2007. – 138 с.
11. Гурина Е. Г., Ключников Н. Ю., Поспелов А. Н. (2023). Гибридные модели для оценки аварийности при бурении на основе телеметрии и машинного обучения. // *Сборник научных трудов ТПУ*. — №2. — С. 45–53.
12. OnePetro Technical Paper (2025). Hybrid Physics-ML Models for Real-Time ROP Prediction. // *SPE/IADC Drilling Conference & Exhibition*. <https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-215400-MS>
13. Willard J., Jia X., Xu L., Steinbach M., Kumar V. (2021). Integrating Physics-Based Modeling with Machine Learning: A Survey. // *arXiv preprint arXiv:2003.04919*.

About authors:

Toshov Javoxir Buriyevich	– Professor at Tashkent State Technical University named after I. Karimov, 100095, Uzbekistan, Tashkent, Almazor district, University str. 2, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-4278-1557 , e-mail: j.toshov@yandex.com
Toshniyozov Lazizjon	– PhD in Technical Sciences, Director of “Drilltechpro” LLC, Tashkent State Technical University named after Islam Karimov, 100095, Republic of Uzbekistan, Tashkent, Olmazor district, University str. 2. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5677-0720 E-mail: drilltechpro@gmail.com
Erkinov Dilshodbek Ilhomjonovich	– 1st-year doctoral student, Tashkent State Technical University named after Islam Karimov, 100095, Republic of Uzbekistan, Tashkent, Olmazor district, University str. 2. e-mail: dilshodbek.ilhomovich@gmail.com